NÚMEROS BINÁRIOS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Herman do Lago Mendes[1]

GT3 – Educação e Ciências Matemáticas, Naturais e Biológicas.

RESUMO

Objetiva-se analisar as organizações praxeológicas matemática e didática referentes ao estudo de números binários em uma coleção de livros didáticos de matemática do Brasil do Ensino Fundamental [12 a 16 anos] avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2014). Primeiro se faz uma análise praxeológica matemática, em seguida se faz uma análise praxeológica didática. Praxeologia é utilizada como elemento teórico da Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard e também como ferramenta de análise. Identifica-se um tipo de tarefa, duas técnicas, nenhuma tecnologia e nenhuma teoria. Conclui-se que a coleção analisada é caracterizada como uma praxeologia pontual.

Palavras-chave: Números Binários. Praxeologia. Livros Didáticos de Matemática. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

It aims to analyze the mathematical and didactic praxeological organizations regarding the study of binary numbers in a collection of mathematics textbooks of the Brazil of Elementary School [12 to 16 years] evaluated by the National Program of Textbook (PNLD 2014). At first, it is done a mathematical praxeological analysis, followed by a didactic praxeological analysis. Praxeologia is used as a theoretical element of the Anthropological Theory of the Didactics of Yves Chevallard and also as an analysis tool. It identifies a type of task, two techniques, no technology and no theory. It concludes that the collection analyzed is characterized as a punctual praxeology.

Keywords: Binary Numbers. Praxeology. Mathematics Textbook. Elementary School.

[1] Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica (UFPE). Professor efetivo da Secretaria de Estado da Educação de Sergipe. E-mail: <herman2000@zipmail.com.br>.

INTRODUÇÃO

Objetivamos analisar as organizações praxeológica matemática e praxeológica didática de uma coleção de livros didáticos de matemática do Brasil (6º ao 9º ano) do Ensino Fundamental (12 a 15 anos) avaliada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2014) referentes ao estudo de números binários.

O sistema de numeração binário é representado por apenas dois dígitos, 0 ou 1. Ou seja, para representar um número, basta utilizarmos apenas esses dois dígitos ou algarismos. Caracteres, imagens, vídeos, áudios são codificados por sequências de dígitos binários, 0s e 1s, chamados de bit. Desse modo, qualquer tipo de informação pode ser representado por números binários.

A representação de número por sistema de numeração binário tem crescido a partir do século XX. O número binário é o lócus da Era Digital. Exemplos: a letra "a" é convertida pelo computador em dígitos binários ou código binário 0100.0001 de acordo com a tabela ASCII (American Standard Code Information Interchange); Um bit é representado na memória principal do computador por um transistor, capacitor, que pode estar ligado, carregado (1) ou desligado, descarregado (0); Em discos magnéticos, os bits são representados pela direção de um campo magnético sobre uma superfície revestida, norte-sul ou sul-norte. Artefatos tecnológicos digitais armazenam bits de forma ótica, parte da superfície corresponde a 1 ou a 0 a depender se há reflexão de luz (1) ou não (0); As imagens de computadores são formadas por pixels: os números binários representam pontos pretos ou brancos ou grupos de pixels em imagens coloridas.

A praxeologia é um elemento do corpus da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard. Utilizamos a praxeologia tanto para fundamentar teoricamente a pesquisa como ferramenta de análise. O seu conceito principal baseia-se na tese de que qualquer que seja o fazer humano existe justificativa e explicação para tal; deriva-se de duas palavras gregas, práxis e logos: práxis significa a parte prática, o saber-fazer, enquanto o logos significa a parte explicativa, teórica desse saber-fazer.

Segundo Mendes (2014), os números binários são estudados em livros didáticos de matemática do Brasil avaliados pelo PNLD 2014 por meio de dois blocos de conteúdo de matemática básica: Grandezas e Medidas (unidades de memória de computadores) e Números e Operações (sistema de numeração binário). Este trabalho identificou estudo de números binários por meio, apenas, do bloco de conteúdo: Números e Operações.

Este trabalho diferencia do realizado por Mendes (2015, 2017) por identificar técnicas de conversões entre números representados nos sistemas de numerações decimal e binário; não identificar abordagem de unidades de memória da informática.

PRAXEOLOGIA

A praxeologia ou organização praxeológica é composta por quatro **t**s: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Tarefa parte geralmente de um verbo: escrever, contar, etc. A sua ideia é bem ampla. Geralmente, tarefa t pertence a um tipo de tarefa T ($t \in T$); é uma obra, produção humana intencionada. Ou seja, tarefa ou tipo de tarefa significa fazer coisas; *Técnica* τ (do grego *techne*) são procedimentos pelos quais faz realizar, executar o tipo de tarefa; é a “arte”, como fazer as coisas (CHEVALLARD, 1998a).

O tipo de tarefa T e a técnica τ constituem a práxis, o bloco prático-técnico $[T, \tau]$, que genericamente é constituído como saber comum (CHEVALLARD,1998a).

Vale destacar que cada procedimento da técnica é interpretada como sendo subtarefas sequenciadas (CHEVALLARD,1998a); O conceito de tipo de tarefa requer um propósito relativamente específico e intencionado (CHEVALLARD, 1998b).

Tecnologia θ é a explicação e justificação, de maneira lógica, da técnica. Ou seja, a tecnologia significa a veracidade da técnica realizada para executar o tipo de tarefa. Portanto, a tecnologia configura-se como sendo o “porquê fazer tarefas de determinada maneira”; *Teoria* Θ é o porquê formal e lógico das tecnologias (CHEVALLARD, 1998a; 1998b).

A teoria e a tecnologia constituem, de maneira imbricada, o logos, o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$ (CHEVALLARD, 1998a).

Exemplo: Some os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Um estudante poderia somar estes números, em pares, a partir da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita e o total somaria com o número do seu lado: 1 + 2 = 3 e 3 + 3 = 6 e 6 + 4 = 10 e assim sucessivamente; 9 + 8 = 17 e 17 + 7 = 24 e assim sucessivamente. Ou ainda, poderia somar em pares de extremos: 1 + 9 = 10 e 2 + 8 = 10 e 3 + 7 = 10 e 4 + 6 = 10. Em seguida, multiplicaria os totais (10s) por 4 e o seu produto somaria com o número restante (5): 4.10 = 40 e 40 + 5 = 45. Ou seja, somar números naturais caracteriza o elemento praxeológico: tipo de tarefa. A maneira de realizar a soma, seja a partir da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita ou por pares de extremos, caracterizam técnicas diferentes de somar, de realizar a tarefa. As propriedades comutativa e associativa justificam o porquê que eu posso efetuar essas somas. Elas caracterizam o elemento praxeológico: tecnologia. A demonstração de que existem propriedades comutativa e associativa no conjunto dos números naturais configurariam o elemento praxeológico: teoria.

Chevallard (1998a) define quatro tipos de organização praxeológica: praxeologia pontual, praxeologia local, praxeologia regional e praxeologia global. Todas são compostas, a princípio, por tipos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria. A diferença é que a praxeologia pontual $[T, \tau, \theta, \Theta]$ é configurada por um único tipo de tarefa T. Já a praxeologia local $[T_i, \tau_j, \theta, \Theta]$, é configurada por uma única tecnologia θ, podendo ter vários tipos de tarefas e técnicas trabalhadas. A praxeologia regional θ_x é configurada por uma única teoria, podendo existir várias tecnologias, técnicas e tipos de tarefas. Ou seja, a praxeologia regional é agregação de várias organizações praxeológicas locais atuantes às várias tecnologias. A praxeologia global é configurada por várias teorias. Ou seja, a praxeologia global é a agregação de várias organizações praxeológicas regionais atuantes às várias teorias Θ_k.

Vale destacar que nem sempre é identificado, de maneira clara, determinado elemento de praxeologia (CHEVALLARD, 1998a).

PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

A coleção analisada é a 3ª edição (ano 2012) da Editora do Brasil do 6º ao 9º ano (12 a 15 anos) do Ensino Fundamental dos autores Miguel Assis Name (pseudônimo Álvaro Andrini) e Maria José Colto de Vasconcellos Zampirolo.

Na análise praxeológica matemática, buscamos identificar a existência, ou não, de tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. A partir disso, caracterizamos os livros didáticos por meio de organizações praxeológicas: pontuais ou locais ou regionais ou globais.

Na análise praxeológica didática, buscamos responder os seguintes questionamentos: As tarefas são reconhecidas? As técnicas são explicadas e exercitadas? Quais são as razões pelos quais os tipos de tarefas T_i merecem ser executadas? Qual é a intensão em aprender números binários?

Esta pesquisa é documental que no ponto de vista teórico e de ferramenta de análise recorre à praxeologia.

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA MATEMÁTICA FRENTE AO ESTUDO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Chamaremos uma única tarefa localizada de T_1. É uma tarefa com um maior teor didático do que exercitação e formação matemática. Como se os autores buscassem manter um diálogo com os alunos e com as alunas através de uma ilustração referente ao código de barras (fictícios) de determinado supermercado: “Confira que 10101 na base dois corresponde a 21 na base dez usando o que vimos sobre o sistema binário” (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42). Portanto, o tipo de tarefa - *verificar a conversão do número representado no sistema binário (10101) em um número representado no sistema decimal (21)* - apresentado no livro do aluno não é classificado pelos autores como exercícios ou problemas.

Organizamos um procedimento de resolução para o tipo de tarefa T_1 (técnica τ_1) baseado na explicação presente no Livro do Aluno, volume 8, página 42, sob o título: “O sistema decimal e o sistema binário”. Por tanto, esta obra apenas recomenda uma única técnica para resolver o tipo de tarefa T_1 *baseado na escrita de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois recorrendo-se de uma tabela de grupos de potências de 2 ou ordens do sistema binário:*

Primeiro: agrupar as potências de 2, em ordem crescente, da direita para a esquerda, uma única em cada coluna, a partir do expoente zero, nas colunas de uma tabela.

Segundo: agrupar os dígitos ou algarismos do número binário nas colunas de uma tabela da direita para a esquerda (cada dígito abaixo de cada potência de 2).

Terceiro: multiplicar o valor de cada grupo de potência de 2 com o dígito (0 ou 1) escrito nas mesmas colunas da tabela.

Quarto e último passo: somar estes produtos (passo 3). Este total será a resposta.

Identificamos outra técnica, técnica τ_2, baseado agora na conversão de um número representado no sistema de numeração decimal em um número representado no sistema de numeração binário: *escrever o número representado no sistema decimal como uma soma de potências de base 2, recorrendo a uma tabela contendo grupos de potências de base 2:*

Primeiro: organizar uma tabela contendo, em suas colunas, grupos de potências de 2, de tal maneira que, as potências de 2 estejam em ordem crescente, uma única em cada coluna, da direita para a esquerda, a partir do expoente zero, nas colunas de uma tabela;

Segundo: escrever 1 na coluna abaixo de cada grupo de potências de base 2 que fazem das parcelas, da soma de potências do número representado no sistema decimal ou escrever 0 na coluna abaixo de cada grupo de potências de 2 que não fazem das parcelas, da soma de potências do número representado no sistema decimal;

Terceiro: justapor os dígitos binários (0 e 1) das colunas da tabela. Daí, teremos um número, representado no sistema binário, procurado.

Vale destacar que a técnica τ_2 é ilustrada como procedimento de teor de curiosidade, não existindo a sua exercitação por meio de tarefas (exercícios e problemas).

O volume 8 menciona uma aplicação de números binários por meio da criação de um código de barras: "Vamos usar o sistema binário para criar um código de barras bem simplificado, para, por exemplo, identificar produtos e seus preços" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p.42). No entanto, não é explicado como seria feita essa criação. Apenas definem o dígito binário "1" correspondendo à cor preta e ao dígito binário "0" correspondendo à cor branca.

Por tanto, o volume 8 não apresenta dois elementos praxeológicos matemáticos, tecnologia e teoria, apresenta-se apenas um tipo de tarefa (T_1) e duas técnicas (τ_1 e τ_2). Configuram-se assim, em uma praxeologia pontual. Enquanto ao tratamento praxeológico desta coleção, configura-se em uma abordagem prático-técnico de números binários.

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DIDÁTICA FRENTE AO ESTUDO DE NÚMEROS BINÁRIOS

O único livro que aborda números binários da coleção é o livro do 8º ano, página 42, intitulado "O sistema decimal e o sistema binário". Por meio de um único exemplo, busca-se explicar a transformação de um número representado no sistema decimal em um número

ISSN: 2179-0663

representado no sistema binário (vice-versa). Enquanto a abordagem de outros sistemas de numeração, o livro do 6º ano apenas menciona os sistemas decimal, egípcio e romano. No entanto, sugere a leitura de um livro, Sistemas de Numeração ao longo da história, que "aborda ainda sistemas de numeração em outras bases de contagem diferentes de dez, como o sistema de base dois usado pelos computadores" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012a, p. 267).

A técnica apenas é ilustrada, não existindo a sua exercitação pelos estudantes por alguma seção: exercícios e/ou problemas. O livro do 8º ano ilustra a decomposição do número 8367, representado no sistema decimal, em somas de potências de dez. Por meio de uma tabela, organiza cada potência de dez com sua quantidade em cada coluna conforme a Figura1.

Figura 1: **Grupos de potências de 10 e seus respectivos valores**

O sistema de numeração que usamos é de base dez. Agrupamos de dez em dez.

$$8\,367 = 8\,000 + 300 + 60 + 7 =$$
$$= 8 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7$$
$$= 8 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

Grupos de 1 000 (10^3)	Grupos de 100 (10^2)	Grupos de 10 (10^1)	Grupos de 1 (10^0)
8	3	6	7

Fonte: Andrini, Vasconcellos (2012c, p. 42)

De maneira semelhante àquela decomposição, escreve os números por somas de potências de base 2 em uma tabela para decompor o número 7, representado no sistema decimal, como uma soma de potências de base 2 (7 = 4 + 2 + 1) conforme a Figura 2.

Figura 2: **Exemplo de conversão de número representado em decimal para binário**

Grupos de 16 (2^4)	Grupos de 8 (2^3)	Grupos de 4 (2^2)	Grupos de 2 (2^1)	Grupos de 1 (2^0)
		1	1	1

→ 7 na base dois fica 111

Fonte: Andrini, Vasconcellos (2012c, p. 42)

Partindo da explicação de decomposição do número 7, representado no sistema decimal, em soma de potências de base dois, é afirmado que o número representado no sistema decimal “7 na casa dois fica 111” (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42). Não fica claro a transformação do número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário porque exige do leitor a percepção de que os uns considerados para formar o número binário pretendido são correspondentes aos números (parcelas) que compõe o total 7. Além do mais, não é justificado por que considerar uns e não dois por exemplo. A tabela em si não explica a transformação de número representado no sistema decimal em número representado no sistema binário. Em seguida, é ilustrada uma maneira inversa de transformar um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal: “Como fica no sistema decimal o número que no sistema binário é escrito como 1101?” (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42). Recorre à tabela, grupos de potências de dois, para explicar a conversão conforme a Figura 3.

Figura 3: **Exemplo de conversão de número representado em binário para decimal**

Grupos de 16 (2^4)	Grupos de 8 (2^3)	Grupos de 4 (2^2)	Grupos de 2 (2^1)	Grupos de 1 (2^0)
	1	1	0	1

1 grupo de 8 + 1 grupo de 4 + + 0 grupo de 2 + 1 grupo de 1 = 13

$\rightarrow 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$

Fonte: Andrini, Vasconcellos (2012c, p. 42)

Ilustra a transformação de um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal por meio de sequência de ordens de classes numéricas e toma como resultado a representação do número representado no sistema decimal por meio de um polinômio numérico na base dois ($1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 13$).

Interpretamos que o texto sobre código de barras abordado na “Seção livre” do volume 8, página 42, que estuda a conversão de número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário (vice-versa), se enquadra como uma curiosidade, um tema transdisciplinar, ao invés de saber fazer (matemática), assim como apresentado na seção “Seção livre” do volume 7, na página 19, diferente também do tratamento dado a respeito de códigos de barras no volume 8, seção “Seção livre” da página 29 sob título: “A matemática dos códigos”, que trabalha expressões numéricas embasada pela abordagem do tema: múltiplos e divisores de números naturais.

Vale frisar que existem dois textos referentes ao código de barras no mesmo volume 8, mas por proposta de estudo diferenciado: o primeiro, “A matemática dos códigos”, página 29, busca um mecanismo de verificação de erro de código de barras. O segundo, "O sistema decimal e o sistema binário", página 42, buscam um mecanismo de leitura de código de barras por meio do leitor óptico: "Vamos usar o sistema binário para criar um código de barras bem simplificado, para, por exemplo, identificar produtos e seus preços" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42). O estudante poderá compreender que: o código de barras é um número binário; para o leitor óptico ler o código de barras é preciso associar o dígito binário "1" à cor preta e o dígito binário "0" a cor branca e, por conseguinte, para nós podermos ler, ou melhor, entender o que está escrito, necessitará converter código de barras, números binários em números decimais, ou qualquer outro caractere, ou informação que se deseja. Portanto, os dois textos contextualizam o estudo de conteúdos de matemática por meio de elementos de Computação. O que ao nosso entender pode motivar o estudo. Existe relevância em estudar matemática, mais geral, em estudar números binários, mais específico:

> Quando você for fazer compras, repare como as máquinas nos caixas lêem o código de barras e, numa fração de segundo, aparece na tela o nome e o preço do produto. Para o dono do estabelecimento esses registros facilitam, por exemplo, o controle de estoques e do movimento do caixa. Tudo isso, graças às contribuições da Matemática! (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012b, p.42).
>
> Ao fazer compras, quando passamos uma mercadoria pelo caixa, o leitor óptico envia ao computador a sequência de barras pretas e brancas impressas no rótulo ou na etiqueta do produto. Um software interpreta qual sequência de números [binários] ela representa, identificando o produto e seu preço (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012c, p.19).
>
> [...]os computadores utilizam o sistema binário, ou seja, de base dois (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p.42).

CONCLUSÃO

Concluímos que a abordagem dos números binários no volume 8 caracteriza-se como sendo uma praxeologia pontual porque identificamos: apenas uma única tarefa, caracterizada pelo tipo de tarefa T_1: converter um número representado no sistema de numeração binário (base 2) em um número representado no sistema de numeração decimal (base 10); Duas técnicas de conversões entre números representados no sistema binário e no

11 ENCONTRO INTERNACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES
12 FÓRUM PERMANENTE INTERNACIONAL DE INOVAÇÃO EDUCACIONAL
4º ENCONTRO ESTADUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL PELA FORMAÇÃO DE PROFESSORES SEÇÃO SERGIPE
ISSN: 2179-0663
A FORMAÇÃO ÉTICA, ESTÉTICA E POLÍTICA DO PROFESSOR DA EDUCAÇÃO BÁSICA

sistema decimal (vice-versa). Uma destas, técnica τ_1, resolve o tipo de tarefa T_1, que é baseada na escrita de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois recorrendo-se de uma tabela de grupos de potências de 2 ou ordens do sistema binário. A outra técnica, técnica τ_2, é baseada na escrita de um número representado no sistema decimal como uma soma de potências de base 2, recorrendo à uma tabela contendo grupos de potências de 2. Essas técnicas não são justificadas e nem teorizadas, portanto, não existe tecnologia e nem teoria. É oculta a tarefa de converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário. Apesar de ser ilustrada a sua técnica (técnica τ_2).

Portanto, identificamos um tipo de tarefa, uma única técnica para a sua resolução, uma outra técnica destinado a converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário, nenhuma tecnologia e nenhuma teoria.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. C. **Praticando matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, v. 6, 2012a.

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. C. **Praticando matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, v. 7, 2012b.

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. C. **Praticando matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, v. 8, 2012c.

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. C. **Praticando matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, v. 9, 2012d.

CHEVALLARD, Y. La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado. 1998a. Disponíbvel em http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5Cchevallard.pdf Acesso em abril de 2014.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignates et didactique des mathematiques: lápproche antropologique, 1998b. Disponivel em: <http://yves.chevallard.free.fr>. Acesso em: 11 abril 2014.

MENDES, H. D. L. Os números binários nas instituições transpositivas: o caso das diretrizes curriculares. **XVIII EBRAPEM**, Recife, 2014.

MENDES, H. D. L. Análise praxeológica de livro didático de matemática referente ao estudo de números binários. **REVEMAT**, Florianópolis, 10, n. 1, dezembro 2015. 199-219.

MENDES, H. D. L. Análise praxeológica de livros didáticos de matemática: o caso dos números binários. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, 19, n. 1, 2017. 423-444.