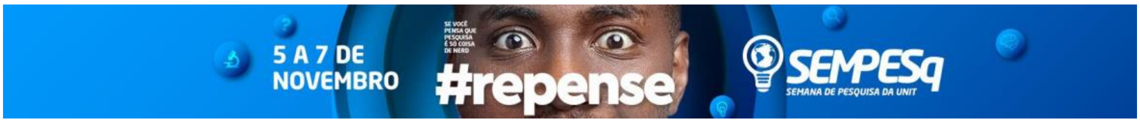

Abordagem Analítica de Fractais complexos utilizando o Conjunto Mandelbrot

Mateus Barbosa de Melo Albuquerque[1], e-mail: mateus.barbosa@souunit.com.br;
Orientador: Dheiver Francisco Santos[3], e-mail: dheiver.francisco@souunit.com.br.

Centro Universitário Tiradentes/Engenharias e Ciências da Computação/Maceió, AL.
(Instituição e Departamento),Alagoas, AL.

1.00.00.00-3 Ciências Exatas e da Terra; 1.01.00.00-8 Matemática; 1.01.01.00-4 Álgebra; 1.01.01.01-2 Conjuntos; 1.01.02.00-0 Análise; 1.01.02.01-9 Análise Complexa; 1.01.03.00-7 Geometria e Topologia; 1.01.03.01-5 Geometria Diferencial; 1.01.04.00-3 Matemática Aplicada; 1.03.00.00-7 Ciência da Computação; 3.00.00.00-9 Engenharias;

RESUMO: Este artigo trata de uma abordagem analítica de fractais complexos do conjunto de Mandelbrot, explorando sua definição com base nos axiomas definidos para este no espaço complexo. O estudo de fractais visa a entender melhor figuras não pertencentes a geometria euclidiana, que por vezes fogem ao senso comum da maioria dos acadêmicos. Sua construção nos permite criar figuras de estética interessante e propriedades especiais dentro da dimensão de Hausdorff, onde espaços entre pontos distintos infinitamente autossimilares entre si excedem a sua dimensão de Lebesgue. Padrões fractais acontecem com frequência na natureza e em padrões comportamentais de determinadas funções (como nos sons produzidos pelos batimentos cardíacos). Recursivamente, quando as dimensões de um fractal complexo são observadas para intervalos de pontos cada vez menores, é possível reconhecer determinados padrões que se repetem ao infinito. Sua origem remonta o estudo da Dinâmica complexa, determinado pela iteração de sistemas complexos, em 1908 pelos matemáticos franceses Pierre Fatou e Gaston Julia, o que levou à rápida expansão do campo da Geometria Fractal. Consequentemente em 1980, no Centro de Pesquisa Thomas J. Watson da IBM, Benoit Mandelbrot visualizou pela primeira vez o Fractal que ficaria conhecido postumamente pelo seu sobrenome. O conjunto em si possui notadamente partes compactas, de modo que é possível estudar cada uma das figuras que o compõem separadamente, com a grande cardióide tal qual os bulbos no centro do conjunto possuindo parâmetros determináveis. Este trabalho deseja analisar estas juntamente a outras propriedades do conjunto Mandelbrot, como método de prover um entendimento aprofundado da geometria envolvida e fractais como um todo, em paralelo a uma possível imersão nos métodos de criação de fractais, em específico o fractal do conjunto Mandelbrot, com a intenção de expandir outros com suas respectivas aplicações. Por instância, fractais possuem aplicações em compressão de

arquivos de imagem grandes com objetos recursivos ou existentes naturalmente (nuvens,folhas) (Falconer 2014) levando a uma eficiência maior no gerenciamento de informações que por conseguinte tem o potencial de ter retornos financeiros maiores para um *datacenter.* Para expandir seu escopo de utilidades, as disposições de redes neurais para entendimento da relação entre as dimensões e componentes dos fractais serão também brevemente exemplificadas. Em conclusão, embora os usos dos fractais ofereçam imensos benefícios a diferentes campos de atuação, excepcionalmente em termos de desenvolvimento de software, estes podem ser ofuscados pela aparente complexidade requerida matematicamente e mentalmente, com a maioria dos indivíduos decidindo contra seu uso mesmo quando favoráveis a seu trabalho. Esta noção pode e deve ser desconstruída, de modo a melhor capacitar e informar diferentes áreas do conhecimento.

Palavras-chave: Complexos. Análise. Mandelbrot. Fractais. Espaço. Lebesgue. Autossimilaridade. Hausdorff. Geometria. Não-Euclidiana. Propriedades.

Agradecimentos: Ao Centro Universitário Tiradentes e ao Profº.PhD. Dheiver Santos.

ABSTRACT: This article attempts to provide an analytical approach to complex fractals of the Mandelbrot set, exploring their definition based on the axiomes defined for such a space. The study of fractals aims to aid the understanding of non-euclidean figures, which at times escape the common sense among most academics. Their construction allows us to create figures of interesting aesthetics and special properties in the Hausdorff dimension, where infinitely self-similar points exceed the Lebesgue topological dimension. Fractal patterns frequently occur in Nature and in behavioral structures of certain functions (e.g. heartbeat sounds). Recursively, when the dimensions of a complex fractal are observed for infinitely small intervals, it’s possible to recognize the occurring repetition *ad infinitum*. Their origin dates to the study of Complex Dynamics, determined by the iteration of two Dynamical complex systems in 1908 by french mathematicians Pierre Fatou and Gaston Julia, leading to the rapid expansion of the Fractal Geometry field. Consequently, researcher Benoit Mandelbrot visualized for the first time in 1980 the fractal set that would be posthumously known by his surname. In itself, the set is compact, making it possible to study each of its parts modularly, with its cardioid and bulbs (the main parts visible in each recursion of the set) being defined by a determinable specific set of parameters. The hope is to analyse these along many other properties of the Mandelbrot set, as a means of providing a deeper understanding of the geometry involved and fractals as a whole, in parallel to possibly delving further into the methods of fractal creation, more specifically

the Mandelbrot set fractal, with the intention of expanding to other fractals and their applications. For an instance, fractals have applications in the compression of large image files with recursive or naturally occurring objects (clouds,leaves) leading to more efficient data management and algorithms which result in the potential to save money and space in data centers. To further illustrate their uses, the dispositions of fractals towards uses in Neural networks, and their ability to interpret their dimensions and components will also be briefly exemplified. In conclusion, though the uses of fractals offer immense benefits towards different fields of study, exceptionally in terms of software development, they can be overshadowed by the apparent complexity they require mathematically and mentally, with most individuals deciding against their use even when otherwise beneficial to their work. This notion can and should be disrupted as a way to raise the capacity and better inform different fields of knowledge.

Keywords: Complex. Analysis. Mandelbrot. Fractals. Space. Lebesgue. Self-similarity. Hausdorff. Geometry. Non-euclidean. Properties.

Acknowledgements: To the University Center Tiradentes and to the Profº.PhD.Dheiver Santos.

Referências/references:

RAJIV. *Analysis & Implementation of Mandelbrot Sets and Julia Fractals on Raspberry Pi using IPython*. blogsmayan, 2010. Disponível em: <https://blogsmayan.blogspot.com/p/analysis-implementation-of-mandelbrot.html> Acesso em 24/10/2018.

BRIGGS J. *Fractals: The Patterns of Chaos*, 1992, p. 80.

MILNOR J. *Self-Similarity and Hairiness in the Mandelbrot Set* em TANGORA M. C. *Computers in Geometry and Topology*. Nova Iorque: Taylor & Francis, 1989, pg. 211–257;

JUNIATI D. et al. *Fractal dimension to classify the heart sound recordings with KNN and fuzzy c-mean clustering methods* J. Phys.: Conf. Ser. 9. Universitas Negeri Surabaya,Indonesia. 2018. Disponível em: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/953/1/012202/pdf> Acesso em 24/10/2018.

FALCONER K. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications* . Wiley, 2014, pg. 123-150;